

1 / 7 / 5 / 2018

المحاضرة التاسعة - و

مثال

من خلال عينة 100 شخص، فلم يجدوا أن 36 منهم يعانون من مرض معين.

ابجد مجال الثقة لشيء، ليس له أن يكون من مضاعفات ذلك علم متوازية
 $\alpha = 0.05$, $z = 1.96$
 0.975

الحل

نبدأ من كمية متغيرة، هذه الكمية متغيرة، بالذات

$$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0, 1)$$

نفس هذه الكمية بين كمين تحويلين

نفسه في عبارات المتغيرات السابقة

في التالي مجال الثقة هو

$$\left[\hat{p} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

$$\left[0.36 - (1.96) \sqrt{\frac{(0.36)(0.64)}{100}}, 0.36 + (1.96) \sqrt{\frac{(0.36)(0.64)}{100}} \right]$$

أما إذا كان المجال

$$e = \left| \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right| = \left| \pm 1.96 \sqrt{\frac{(0.36)(0.64)}{100}} \right|$$

حجم العينة

$$n \geq \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{e^2} z_{1-\frac{\alpha}{2}}^2 \Rightarrow$$

$$n \geq \frac{(0.36)(0.64)}{(0.075)^2} (1.96)^2$$

(يوجد مجال الثقة إذا كنت ما بالهذه)

المجال هو نسبة تكون الادعاء مقبول ...

مثال ١

ادعى باحث أن ما ١٪ من الأسماك عسراوية تم اختيار
400 سمكة ووجد منهم 48 سمكة عسراوية

نقل بحسب مقبول لهذا الادعاء على مستوى أهمية $\alpha = 0.05$

$$Z_{0.995} = 2.58$$

الحل :

لنوجد أولا مجال الثقة للسنة وهي نسبة الأسماك عسراوية
من أجل ذلك سنستخدم كمية موزعة ولها أهمية α

$$Z = \frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{\sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}}} \sim N(0,1)$$

$$\sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}}$$

حسب هذه الأهمية α كجدا حرجية

الحدود فدره وورده وضمت حيزي عملية لفرز للوسط P

$$\left[\hat{P} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}}, \hat{P} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}} \right]$$

$$\alpha = 0.05$$

نعوض في مجال الثقة كجدا حرجية

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975, \quad Z_{0.975} = 2.58$$

جدا حرجية مجال الثقة هو :

$$\left[\frac{48}{400} - (2.58) \sqrt{\frac{\frac{48}{400}(1-\frac{48}{400})}{400}}, \frac{48}{400} + (2.58) \sqrt{\frac{\frac{48}{400}(1-\frac{48}{400})}{400}} \right]$$

$$[0.078, 0.162]$$

وعاينة السنة ما ١٪ تقع هذه مجال الثقة فلهذا الجدا حرجية

ادعاء الباحث صحيح وذلك على مستوى أهمية $\alpha = 0.05$

أو

$$\alpha = 0.05$$

على مستوى ثقة

* إيجاد مجال الثقة للتباين في مجتمع إحصائي طبيعي :

نعرّف لدينا مجتمعاً إحصائياً طبيعياً (μ, σ^2) لـ X

حيث μ و σ^2 مجهولين .

ولنا عينة عشوائية حجم n عندها \bar{X} و S^2

وتباين العينة S و آخرها في تعبير S^2

والطول :

عين مجال الثقة للوسط μ مع مستوى الثقة $1 - \alpha$ معلومة .

الحل النظري :

من أجل إيجاد مجال الثقة للوسط μ سوف نبحث عن كمية

عشوائية وهذه الكمية هي :

$$W = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$$

دعنا نعتبر هذه الكمية بين كميتين عشويتين متطابعتين توزيعاً

الكيم المتطابقة

$$P\left(\alpha \leq \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \leq b\right) = 1 - \alpha$$

حيث :

$$\Rightarrow P\left(\frac{1}{b} \leq \frac{\sigma^2}{(n-1)S^2} \leq \frac{1}{a}\right) = 1 - \alpha \quad \left| \begin{array}{l} a = \frac{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}{\frac{\alpha}{2}} \\ b = \frac{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}{1-\frac{\alpha}{2}} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{(n-1)S^2}{b} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{a}\right) = 1 - \alpha$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{(n-1)S^2}{\frac{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\frac{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}}\right) = 1 - \alpha \quad a < b$$

وهكذا نكون قد حصلنا σ^2 بين إحصائين

والتالي مجال الثقة يعطى بالـ \sim كالتالي :

$$\left[\frac{(n-1)S^2}{\frac{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}} , \frac{(n-1)S^2}{\frac{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}} \right]$$

مثال:

أخذت عينة حجمها 20 شخصاً وقيد أدائهم من أجل اختبار الخرافة المعيارية وكيفية مصادقتها لأنه للأمانة لتوزيع الصيغ

عندئذٍ:
أولاً: مجال الثقة للبيانات على مستوى أهمية $\alpha = 0,05$ علماً أن

$$\chi^2_{0,025}(19) = 8,90$$

$$\chi^2_{0,975}(19) = 38,58$$

الحل:

صاحب الحد الحاد مجال الثقة لـ t^2 تبعاً عن كمية حرة ولذا
الكمية هي:

$$W = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$$

وعندها الكمية بين كميتين حرتين

وبالتالي مجال الثقة هو

$$\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)} \right] = \left[\frac{(19)(81)}{38,58}, \frac{(19)(81)}{8,90} \right]$$

ملحوظة:

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

لدينا

العينة من أجل الفرق بين الصيغة

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - M_0)^2$$

$$\frac{n S^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - M_0}{\sigma} \right)^2 \sim \chi^2(n)$$

اختيار الفرضيات الاحصائية :

فرضياتنا يجب ان احصائياً بوصف يتوزع الهائي
وسيله المحلول

ولنا ان هذا المجموع عينه عشوائيه حجم n عينه
بالعرف

الفرضية الاحصائية هي ادعاء او مقولة حول
المجموع الاحصائي

وقد يكون هذا الادعاء صحيح وقد يكون خاطئاً

عادة يوجد لدينا نوعان من الفرضيات الاحصائية
النوع الاول :

الفرضية الاحصائية الابتدائية عادة يرمز لي بالرمز H_0
حيث $(\theta = \theta_0)$

مقابل هذه الفرضية نولد فرضية بديلة — سوف نرمز لي
بالرمز H_1 وهي ثلاثة أشكال او كد شكل هو مقابل الاول

$H_1: \theta \neq \theta_0$ (فرضية بديلة ذات جانين)

$H_1: \theta > \theta_0$ (فرضية بديلة ذات جانب اعلى)

$H_1: \theta < \theta_0$ (فرضية بديلة ذات جانب اسفل او ادنى)

ملحظة :

عند اختيار أي فرضية H_0 مقابل H_1 وذلك على مستوى
دلالة أو أهمية α معلومة

يوجد لدينا منطقتين منطقة رفض ولترى بالرمز W

منطقة قبول ولترى بالرمز \bar{W}

حيث Ω هي المستوى الاوسع

$$W_0 \cap \bar{W}_0 = \emptyset$$

$$W_0 \cup \bar{W}_0 = \Omega$$

ملاحظة :

عند اختيار أي فرضية امكانية H_0 مقابل H_1 سوف نتعرض الى اخطاء وهذه الازخطاء نوعان :
 خطأ من النوع الاول ، خطأ من النوع الثاني ،
 ولهم دالة لنظر الى الجدول التالي :

	مقبول	مرفوض
H_0 صحيحة	قرار صحيح	خطأ من النوع الاول
H_0 خاطئة	خطأ من النوع الثاني	قرار صحيح

ملاحظة :

عند اختيار فرضية امكانية H_0 مقابل H_1 قلنا اننا سوف نتعرض الى اخطاء وهذه النوع الاول اذ هو النوع الثاني لكن امقال حدوث لموقع خطأ من النوع الاول والذي نمرره بالرمز α والذي ليحل حجم الاختيار اذ مستوى دلالة الاختيار الذي يعرف بالشكل

$$\alpha = P(X \in W_0 / H_1)$$

بنقطة كرفض

انما امقال حدوث النوع الثاني من النوع الثاني والذي نمرره بالرمز β والذي يعبر بالشكل

$$\beta = P(X \in \bar{W}_0 / H_1)$$

انه X تدعى نقطة العينة وقد تكون

$$X = (X_1, X_2, \dots)$$

$$1 - \beta = 1 - P(X \in \bar{W}_0 / H_1)$$

تدعى بقوة الاختبار لفرضية H_0

على أن \bar{w}_0 معلومة وبالتالي \bar{w}_0 — ونظام أي إذا علمت
 منطقة لرفض لا اختيار فرضية H_0 مقابل فرضية
 بديلة H_1 — ونظام منطقة لقبول
 وبالتالي يكون النظام « $\alpha, \beta, 1 - \beta$ »

مثال:

فرض لدينا حجم العينة $n = 25$ وإذا كانت
 منطقة لرفض الفرضية
 $H_0: \mu = 75 = \mu_0$
 $H_1: \mu = 78 = \mu_1$

هي $\{ \bar{X} \geq 75 \}$ المطلوب:

أ- عين كلاً من « $\alpha, \beta, 1 - \beta$ »

$$F_2 = 0,5, \quad F_2(1,5) =$$

الحل:

$$\begin{aligned} \alpha &= P\{X \in \bar{w}_0 / H_0\} \\ &= P\{\bar{X} \geq 75 / H_0\} = P\left\{ \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \geq \frac{75 - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} / H_0 \right\} \end{aligned}$$

$$= P\left\{ Z \sim N(0,1) \geq \frac{75 - 75}{10/5} \right\} = P\{Z \geq 0\}$$

$$= F(0) = 0,5 \Rightarrow \alpha = 0,5 \quad \text{أي أن}$$

أما β :

$$\begin{aligned} \beta &= P\{X \in \bar{w}_0 / H_1\} \\ &= P\{\bar{X} < 75 / H_1\} \\ &= P\left\{ \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{75 - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} / H_1 \right\} \end{aligned}$$

$$= P \left\{ Z_{\sim N(0,1)} < \frac{75 - 78}{10/5} \right\}$$

$$= P \left(Z < -\frac{3}{2} \right) = P \{ Z < -1,5 \}$$

$$= F(-1,5) = 1 - F(1,5) = 1 - 0,9332$$

$$\Rightarrow B = 1 - 0,9332$$

وبالتالي طاقته:

$$1 - \beta = 1 - (1 - 0,9332)$$

$$1 - \beta = 0,9332$$

انتهت المحاضرة، لنأخذ قسطاً من الراحة

نقلاً عن حساب الماتعة

BANAN ☺